Konu: **Bilim**
Yazı: **36**

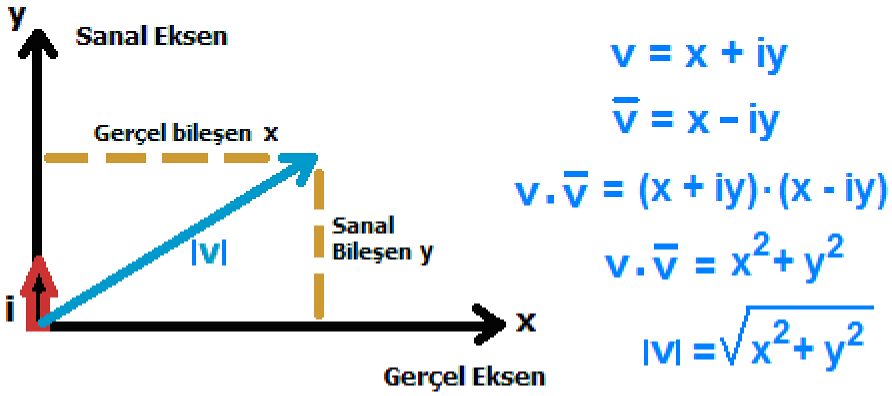
# Sanalın Gerçekliği

Doç. Dr. Haluk Berkmen

Herhangi bir a sayısını kendi ile çarparsak sayının karesini almış oluruz. Çarpımı $a*a = a^2$ şeklinde gösteririz. Aynı şekilde herhangi bir a sayısını iki eşit çarpana ayırmak istersek a = b*b anlamına gelen b = √a şeklinde karekök işaretiyle belirtiriz. Karekök 17ci yüzyıla kadar sadece 'pozitif' sayılar için sorunsuz hesaplanıyordu. Önce **Gerolamo Cardano** (1501-1576) ve daha sonra **René Descartes** (1596-1650) **√-a** şeklinde "kök içinde eksi bir sayı olabilir mi?" diye sordular.

**b = √-a** kendi ile çarpıldığında **b*b = √-a * √-a = -a** olması gerekir. Fakat bu mümkün değil. Çünkü b sayısı pozitif de olsa negatif de olsa kendi ile çarpıldığında sonuç pozitif bir sayı oluşur ve asla eksi bir sayı elde edilemez. Bu durumda Descartes kök içindeki herhangi bir sayıya '*imajiner*' (hayali) yani **sanal sayı** adını verdi. O dönemin matematikçileri sanal sayılarla ilgilenmediler, çünkü hayali olduklarına göre ne fizik biliminde ne de matematik biliminde yer alabilirdiler.

Bu durum 1797 yılında Norveçli matematikçi ve haritacı **Casper Wessel**'in (1745-1818) sanal sayılara anlam vermesine kadar devam etti. Haritacı olan Wessel sayıların sadece büyüklük değil, aynı zamanda yön de göstermeleri gerektiğine inanıyordu. Böylece hem büyüklük hem de yön içeren **vektör** kavramını icat etmiş oldu. Bununla da yetinmeyip sanal sayıların da vektörlerin bir bileşeni olabileceğini ileri sürdü. O dönemde Descartes'in buluşu olan iki dik eksen biliniyordu ve adına da, Descartes'e atfen, **Kartezyen** koordinat sistemi deniyordu. Wessel iki dik eksenden yatay olana "***reel eksen***" dikey olana da "***imajiner eksen***" adını verdi. Böylece **gerçel** ve **sanal** sayılardan oluşan **Kompleks sayı** kavramı yaratılmış oldu. Altta mavi ile gösterilen vektörün iki bileşeni var. Gerçel bileşen x ve sanal bileşen iy ile ifade ediliyor. y eksenindeki sayılar sanal iseler √-a şeklinde olmaları gerekir.




En basit sanal sayı √-1 olup bu sayıya *"imajiner"* sözünün ilk harfi olan **i** adı verildi. i sanal sayısının karesi -1 olmaktadır. Herhangi bir gerçel sayı √a olsun. y = √a, **i** ile çarpılınca:

$$iy = i*\sqrt{a} = \sqrt{-1}*\sqrt{a} = \sqrt{(-1*a)} = \sqrt{-a}$$

sanal bir sayı elde edilir. Böylece **x** gerçel sayısı ile toplanan sanal **iy** sayısı iki boyutta **v** vektörünü oluşturdu. Gerçel ile sanalın toplamı olan sayıya da **Kompleks sayı** denildi. Bu iki eksenin tanımladığı düzleme de **Kompleks Düzlem** adı verildi. Üstteki çizimde v kompleks sayısının mutlak değeri (uzunluğu) üçgenin hipotenüsü olup |v| olarak gösterilir. Böylece herhangi bir u sanal sayısından gerçele geçmenin kuralı $|u|^2 = u.\hat{u}$ şeklinde tanımlanmış oldu.

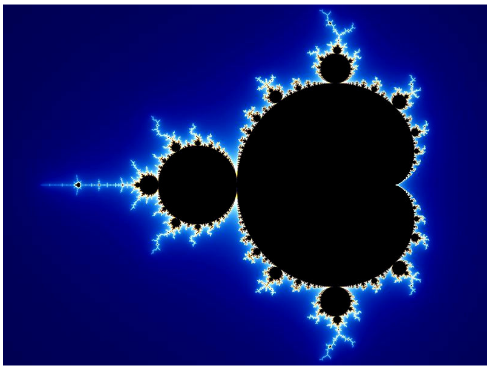
Kompleks sayılar günümüzde matematik dışında mühendislikte ve fizik kuramlarında bolca kullanılıyor. Özellikle Kuantum kuramının denklemleri kompleks ***vektörlere*** ve onların daha gelişmiş hali olan ***matrislere*** dayanıyor. Kompleks sayılar sayesinde 'sanal' ile 'gerçek' arasında kesin bir ayırım ortadan kalkmış durumdadır.

1975 yılında **Benoit Mandelbrot** (1924-2010) compleks sayıları kullanarak ***Fraktal Boyut*** kavramından ***Fraktal Geometriyi*** geliştirdi.

Mandelbrot ikinci derece $\mathbf{z_{n+1} = z_n^2 + c}$ şeklinde kompleks bir denklem seçti. Burada elde edilen $\mathbf{z_{n+1}}$ yeniden $\mathbf{z_n}$ yerine konursa "iterasyon" denen kendi üzerine dönüşüm mekanizmasıyla bir dizi oluşur. Mandelbrot, bu diziyi bilgisayarda görüntüleyerek **Mandelbrot Fraktalini** yayınladı. En basit seçim olarak $\mathbf{n = 0, z_0 = 0}$ ve $\mathbf{c = i}$ seçilirse, $\mathbf{i^2 = -1}$ olduğundan şu diziyi verir:

$$z_1 = i,\ z_2 = -1 + i,\ z_3 = -i,\ z_4 = -1 + i,\ z_5 = -i,\ \ldots\ldots\ldots$$

Seçilen $\mathbf{z_0}$ sıfırdan farklı olursa kompleks düzlemde **Mandelbrot Fraktali**, veya daha doğru bir ifadeyle alttaki **Mandelbrot Küme**'si belirir. Bu konuda daha ayrıntılı bilgi için **31** sayılı **Doğada Düzen ve Karmaşa** başlıklı yazıma bakınız.



Günümüzde Fraktal geometrisi öylesine gelişmiştir ki birçok doğal oluşum ve hatta canlı varlık bilgisayarda oluşturulmaktadır. Fraktal matematik hem bilim hem de sanat olarak gerçeklik tanımımızda önemli etkilerde bulunacaktır. Solda **Mandelbrot Fraktali** görülüyor.

Kompleks matematiğin geometrik görüntüsü **Kaos** kuramına ve doğadaki karmaşık yapıların anlaşılmasına büyük katkı sağlamıştır. Asıl önemli nokta Fraktaller, doğanın "**kendi üzerine dönüşerek kendine benzeyen yapıların belirmesi**" kuralına uygun olarak, *iterasyon* işlemi sayesinde oluşmaktadırlar. Üstelik ne kadar ayrıntıya inerseniz inin kendine benzeyen şekiller karşınıza sürekli çıkacaktır. Bu konuda ilginç bir sunuyu bu sitenin İngilizce bölümünde *Presentations* bölümünde **The Fraktal Universe** başlığı altında izleyebilirsiniz.

Yanda kendine benzeyen ve estetik şekiller içeren bir **Fraktal** görüntü bulunuyor.