

Konu: **Bilim**

Yazı: **41**

Tekliğin Sonsuzluğu

Doç. Dr. Haluk Berkmen

İtalyan matematikçi **Giuseppe Peano** (1858 – 1932) matematikte "sıfır küme'sini" içinde hiçbir şey olmayan boş küme olarak tanımlamıştır. Matematik kavram olarak boş bir küme düşünülebilir ama fizikte **boşluk** diye bir gerçek durum veya varlık yoktur. Bu konuyu **34** sayılı **Hiçlikten Hepliğe** başlıklı yazımda inceledim. Fizik âlemde **Hiçlik küme'si** aynı zamanda içinde sonsuz olanak içeren **Heplik küme'si** ile eşdeğerdir. Pozitif bilimler ölçüme, yani sayısal ifadelere dayandıklarından "hiçlik" kavramını ve "heplik" kavramını kullanmazlar. Yerlerine matematik tanımı olan sıfır ile sonsuz kavramlarını kullanmayı tercih ederler.

Sıfırdan sonra gelen ilk tam sayı olan 1 üzerinde biraz duralım. **Bir** ile **Birlik** kavramları aynı mıdır? Nasıl ki insan ile insanlık kavramları farklı ise bir ile birlik kavramları da farklıdır. "Birlik" kavramını fizik dünyada "**bir arada bulunmak**" ve "**bağlantı içinde olmak**" şeklinde tanımlayabiliriz. Örneğin, dil birliği aynı dili konuşanların küme'si olarak tanımlanabilir. Fakat tanım olarak küme kavramı kapalı ve sonlu sayıda eleman içerebileceği gibi sonsuz sayıda eleman içeren kümeler de vardır. Örneğin, irrasyonel sayıların kümesi sayılamaz sonsuzluk içerir (Bkz. **19** sayılı **Sonsuzluk Türleri** başlıklı yazım).

Şimdi size **birlik** kümesinin sonsuz sayıda sayılabilir elemanı olan bir küme olduğunu göstereyim. Tam sayıları kendilerine bölersek 1 elde ederiz. Örneğin, $1/1 = 1$, $2/2 = 1$, $3/3 = 1$ şeklinde tüm tam sayılar dizisi için bu oran 1'e eşittir. Her bir oranı bir tam sayı ile eşleştirmek de mümkündür. Bir D kümesinin D1, D2, D3, şeklinde tanımlanan elemanları olsun. Tam sayı oranlarının her birini D kümesinin elemanlarıyla eşleştirdiğimizde tam sayı oranlarından oluşmuş ilk kümenin elemanlarını saymış oluruz. Altta bu eşleştirmeyi görüyoruz.

$$\begin{array}{ccccccccc} 1/1 & 2/2 & 3/3 & 4/4 & 5/5 & \dots\dots\dots \\ \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & & & & & \\ D1 & D2 & D3 & D4 & D5 & \dots\dots\dots \end{array}$$

Üst dizideki her bir oran bire eşit olduğundan **Birlik Küme'si** sayılabilir sonsuz bir küme olduğu kanıtlanmış olurr. Fakat bu oranlar sadece tam sayılar için geçerli değildir. Herhangi bir a sayısı olsun. Bu sayı tam sayı olmak zorunda değildir. $a / a = 1$ olduğuna göre en genel anlamda **Birlik küme'si sonsuz sayıda sayılabilen eleman içeren** bir küme olmaktadır.

Fizik âlemde Birlik kümesi nasıl tanımlanabilir? Fizik âlemdeki Birlik kümesi sayılabilir mi sayılamaz mı? Fizik âlemde bir yüzey iki boyutlu bir yapıdır. Bu yüzey üzerindeki herhangi bir noktayı iki sayı ile (x ve y koordinatları ile) tanımlayabiliriz (Bkz. **36** sayılı **Sanalın Gerçekliği** başlıklı yazım). Bu iki koordinat değerini sıfır ile bir arasındaki bir sayı ile eşleştirelim. Örnek olarak, $x = 25803$ sayısını $0,2580300000\dots$ ile ve $y = 146809$ sayısını $0,14680900000\dots$ ile eşleştirelim. Bu tür bir eşleştirmeyi herhangi iki sayı için yapabiliriz. Amaç iki adet sayıyı tek bir sayı olarak gösterebilmek, ikiliği tekliğe indirgemektir. Yeni oluşturacağımız birden küçük sayının tek hanelerine x'in rakamlarını ve çift hanelerine y'nin rakamlarını yerleştirelim. Böylece $0,2154860830090000\dots$ elde edilir. Tek ve çift haneleri ayırarak önceki iki sayıyı yeniden oluşturmak mümkündür.

Yeni elde edilen sayı **sayılamaz sonsuz** bir kümenin elemanı olmaktadır. Zira 0 ile 1 arasına sonsuz sayıda irrasyonel sayı sığabilir ve bunlar sayılamaz derecede çoktur. Bu metotla 3 boyutun noktalarını ve istersek daha yüksek boyutlara ait noktaların sayılarını tekliğe indirgeyebiliriz. Sayıları bu şekilde birleştirip tekliğe indirgeme metodunu bulan Alman matematikçi **Georg Cantor** (1845 – 1918) dur. Cantor'un bu yaklaşımı zamanında oldukça zor kabul görmüş ve özellikle **Leopold Kronecker** (1823 – 1891) tarafından tenkit edilmiştir.

Cantor'u delirmesine neden olan sadece karşılaştığı tepkiler değil, kendi kendine sorup bir türlü yanıt bulamadığı şu sorudur: Acaba sayılabilir sonsuzluk içeren kümelerin kümesi sayılabilir mi, sayılamaz mı? Yani onun delirmesine etki eden soru sonsuzlukların sonsuzluğu konusudur. Bu soruyu matematik mantık kullanarak yanıtlayan iki tane matematikçi vardır. Bunlardan biri **Curt Gödel** (1906 – 1978) ve diğeri **Paul Cohen** (1934 -2007) dir. Her ikisi Cantor'un sorusunun yanıtı olmadığını ve ne kanıtlanabilir ne de ret edilebilir olduğunu göstermişlerdir.

Ortaya çıkan sonuç şudur ki, **fiziksel teklik veya birlik kavramı sayılamaz bir küme oluşturur**. Felsefede ve Tasavvufta bu tür bir bütünsel birliğe **Ehadiyet** denir (Bkz. **4** sayılı **Bütünsel Evren** başlıklı yazım). Kuran'da **Ehad** kavramı İhlas suresinde (112:1) geçer. Ehad kelimesini Vahit'lerin bütünsel birliği olarak da düşünebiliriz. Ehadiyet kavramı her şeyin bütünsel birlikten oluştuğunu, en küçük bir atom ile en büyük bir gök adasının dahi bölünmez bütünsel birlik içinde etkileşimde bulduklarını ifade eder.

Ehadiyeti ifade eden bir diğer tanım evrenin büyük bir beyin ve beynin küçük bir evren olduğudur. Söz konusu beyin sadece insan beyni değildir. En küçük canlının beyni dahi tüm evrenin küçük bir Holografik kayıdır. Bu konuda **8** sayılı **Holografik İnsan** başlıklı yazıma bakmanızı öneririm.

Cantor'un bir diğer buluşu da -adını koymamış olsa da- **Fraktal küme** kavramıdır. Cantor konuya şöyle yaklaşmıştır: 0 ile 1 arasındaki tüm sayıları sonsuz uzunlukta bir doğru gibi düşünün. Bu sonsuz uzun doğru parçasını herhangi bir noktadan ikiye bölün ve her bir parçayı yeniden keyfi bir noktadan ikiye bölün. Ne kadar bölerseniz bölün asla yokluğa erişemezsiniz, çünkü sıfır ile bir arasındaki irrasyonel sayılar kümesi sayılamaz derecede çoktur ve sonsuzdur. Böldüğünüz herhangi iki parçayı karşılaştırırsanız aralarında ortak bir benzerlik görürsünüz. O da her iki parçadaki sayıların karmaşık (kaotik) bir görüntü oluşturdukları ve düzenli bir dizi oluşturmadıklarıdır. İşte, her düzeyde ve bölümde aynı **Kaotik** görüntü oluşumu **Fraktal** kümelerin özelliğidir. Cantor tarafından bulunmuş olan bu Fraktal küme **Cantor Küme'si** adı verilmiştir. Bu konunun ayrıntıları için **31-Doğada Düzen ve Karmaşa** ile **36-sanalın Gerçekliği** yazılarıma bakınız.

Teklik kavramının "Bütünsel ve sayılamaz bir küme" oluşturduğunu, **Ehadiyet** kavramının cüzi akıl ve matematik 'formel' mantık kullanarak **kanıtlanamayacağını** anlamış oluyoruz.