Konu: **Bilim**
Yazı: **17**

Altın oran

Doç. Dr. Haluk Berkmen

Bir önceki yazımda sözünü ettiğim "kendi üzerine dönüşümlü" sistemler ile **Altın Oran** arasında yakın bir ilişki vardır. Bu oran sadece matematik bir ilgi odağı olmayıp fizik ve dolayısıyla doğa ile de yakından ilgilidir. Altın oran çok eski dönemlerden beri bilinmektedir. Kadim Mısır kültürü ehramların yapısında bu oranı kullanmış, kadim Yunan filozofları ve matematikle ilgilenen düşünürler de Altın Oranla ilgilenmişlerdir.

Altın oranın mantığı şudur. **Bir doğru parçasını öyle bir noktasından bölün ki tüm uzunluğunun uzun parçaya oranı, uzun parçanın kısa parçaya oranına eşit olsun**.
Yani l-----------------l-------------l şeklinde bir doğru parçasında $\frac{A + B}{A} = \frac{A}{B}$ olsun.
A B

Kolaylık olsun diye A = x ve B = 1 seçelim. Bu durumda $x^2 = x + 1$ olur.
Bu denklemi $x^2 - x - 1 = 0$ şeklinde yazıp köklerini bulursak x(1) = 1.6180339887...ve x(2) = - 0.6180339887...buluruz. Bu iki kökten pozitif olan x(1)'e **φ** adını verelim.

φ **irrasyonel** bir sayıdır. Yani iki tamsayının oranı olarak gösterilemez. Fakat iki tamsayının oranı kendi üstüne dönüşümlü olursa φ sayısına yaklaşır. Bu durumu **Fibonacci** dizisinde buluyoruz. Asıl adı Leonardo Pissano olan Fibonacci (1170-1250) İtalyada doğmuş fakat Mısırda büyümüştür. Matematik merakı da o dönemde çok ileri düzeye ulaşmış İslam matematiğinden kaynaklanmıştır.

Fibonacci iki adet 1 sayısından başlayarak son iki sayının toplamından bir seri üretmiş ve kendi üstüne dönüşümlü kuralı tekrarlayarak şu diziyi elde etmiştir:
1,1,2, 3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377,610,987,1597,2584,4181,6765,.............

Bu dizide ard arda olan iki sayıdan büyüğünü küçüğüne bölerseniz görürsünüz ki φ sayısına doğru yakınsar. Örneğin, 233/144 = 1.618055 iken 6765/4181 = 1.618033 olup gittikçe φ sayısına doğru yaklaştığını görürüz. Fibonacci sayılarına F(n) dersek herhangi peş-peşe bir çift için F(n)/F(n-1) => φ sayısına doğru yakınsar fakat asla eşit olmaz.

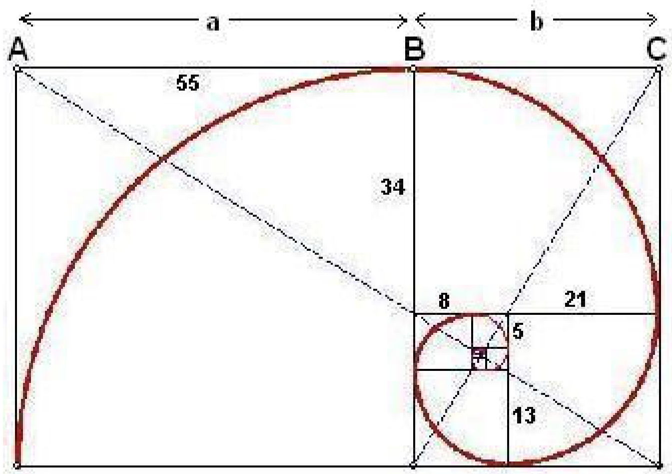
Bu durumun birçok <u>ilginç açılımı</u> vardır:

1- Kendi üstüne dönüşümlü önermeler belirsizliklere ulaşırlar. İki Fibonacci sayısının peş-peşe oranı da kendi üstüne dönüşümlü bir kural içerir. Bu bakımdan φ sayısı sonlu bir sayı olmayıp sonsuza kadar kesirleri sürer gider. Bu "irrasyonel" olma özelliği tüm doğa sabitlerinin ortak özelliğidir.

2- φ sayısı "kuadratik" (**kareli terim içeren**) bir denklemin köküdür. Kareli terim ise kendi üstüne dönüşümlü olduğunda Kaos (karmaşa) yaratır. Bu durumu bir önceki **Düzen-Karmaşa İlişkisi** başlıklı yazımda açıkladım.
3- Fibonacci dizisi iki tane "1" sayısından başlayarak ard-arda iki terimin toplamından oluşuyor. φ sayısı ise ard-arda iki terimin bölümünden oluşuyor. Yani, hem diziyi oluşturmak için hem de φ sayısına yaklaşmak için son iki sayıyı bilmek yetiyor. Dolayısıyla **teklikten ikiliğe geçilirken yeniden tekliğe yaklaşılıyor**.

Bu son noktanın önemli fiziksel ve felsefi sonuçları vardır. Bu noktayı daha iyi anlayabilmek için Altın Oranı iki boyutlu bir dikdörtgene uygulayalım. Öyle bir dikdörtgen bulalım ki uzun kenarı ile kısa kenarının toplamının uzun kenara oranı, uzun kenarın kısa kenara oranına eşit olsun. Gene oranın 1.6180339887... olduğunu görürüz. Eğer bu oranı tekrarlarsak şekildeki gibi bir noktaya doğru yakınsadığını görürüz. Aynı oranı defalarca küçülterek tekrarlarsak şekil çok küçük bir kareye doğru yakınsar.

Bu şekilde bir kareden başlayarak kendine benzeyen ve kendi üzerine dönüşümlü karelerin bir odak noktasına doğru yakınsadıklarını görüyoruz. Bu noktaya **Acayip Çekici** nokta adı verilmiştir. Çünkü bu nokta sistemin denge noktası olup tüm kuvvetlerin bu noktadan kaynaklandığını düşünebiliriz. Ayrıca köşelerden geçen spiral sonsuzluğa yaklaşan girdap görünümü vermektedir.



$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} \quad , \quad b = 1 \quad \text{ALINIRSA}$$

$$a^2 - a - 1 = 0 \qquad a = \frac{1 \mp \sqrt{5}}{2}$$

$$a_1 = \Phi_1 = 1,618033988......$$

$$a_2 = \Phi_2 = 0,618033988......$$

Fibonacci serisi

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55

55 / 34 = 1, 61765...

Doğada birçok canlı varlıkta Altın Oranı görmek mümkündür. Örneğin, deniz kabukları ve kozalaklarda altın oran bulunur. Altta solda görülen çam kozalaklarında, ortadaki fosilde, sağdaki salyangoz kabuğunda Altın Oran vardır. Keza sağındaki çiçeğin merkezinde da Altın Oran bulunur.

Denizyıldızı